

Вопросы к экзамену по мат. анализу. 1 курс.

Предел функции:

Определения предела функции по Коши и Гейне. Определение на языке окрестностей.

Арифметические свойства предела функции.

Предельный переход в неравенствах.

Теорема «о двух милиционерах».*¹

Первый замечательный предел.*

Односторонние пределы, бесконечные пределы, пределы при $x \rightarrow \infty$.

Теорема об односторонних пределах функции.*

Второй замечательный предел.

Критерий Коши существования предела функции.*

Монотонные функции, теорема Вейерштрасса о пределе монотонной функции.*

Непрерывность функции:

Определение непрерывности функции в точке, на множестве. Локальные свойства непрерывных функций. Точки разрыва и их классификация: разрывы первого и второго рода, устранимый разрыв.

Теорема Коши о существовании корня.* Теорема Больцано-Коши о промежуточном значении.

Теорема (первая теорема Вейерштрасса).*

Теорема (вторая теорема Вейерштрасса).*

Равномерная непрерывность функции.

Теорема Кантора о равномерной непрерывности.*

Дифференциальное исчисление:

Производная функции, свойства производных, производная сложной функции, обратная функция, производная обратной функции, производная функции, заданной параметрически.

¹ * - с доказательством

Дифференцируемость, дифференциал функции. Теорема о равносильности дифференцируемости и существования производной.* Геометрический смысл производной. Инвариантность формы дифференциала.

Теорема Ферма.* Теорема Ролля.* Теорема Лагранжа.* Теорема Коши.*

Правило Лопиталя.

Теорема (достаточное условие строгой монотонности).*

Теорема (необходимое условие экстремума).

Теорема (достаточное условие строгого экстремума).*

Выпуклость, точки перегиба.

Теорема (достаточные условия строгой выпуклости).*

Асимптоты графика функции.

Формулы Тейлора. Теорема (формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано).* Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа.

Вариант 0.

- 1) Дайте определение односторонних пределов функции в точке.
- 2) Дайте определение разрыва первого рода.
- 3) Сформулируйте правило вычисления производной обратной функции.
- 4) Сформулируйте необходимое условие экстремума.
- 5) Сформулируйте и докажите теорему Кантора о равномерной непрерывности.
- 6) Вычислить предел, не пользуясь правилом Лопиталю. $(9.20 - 9.37)^2$
- 7) Вычислить предел функции. (17.1 – 17.74)
- 8) Найти точки разрыва функции, вертикальные и наклонные асимптоты. (11.1 – 11.7)
- 9) Найти интервалы монотонности, экстремумы функции. (20.16 – 20.24)
- 10) Найти интервалы выпуклости, вогнутости, точки перегиба. (20.49 – 20.56)

² Номера задач указаны по сборнику задач Л.Д. Кудрявцева