

Миниестр 4.2 (18 часов лекций, 36 часов практических занятий).

План лекций.

1. Поверхности в \mathbb{R}^n . Гладкие и кусочно-гладкие поверхности. Касательная и нормаль к поверхности. Особые точки поверхностей. Ориентация поверхности. Квадрируемые поверхности, площадь поверхности.
2. Поверхностный интеграл первого рода. Основные свойства. Теорема о связи с кратным интегралом Римана.
3. Поверхностный интеграл второго рода. Основные свойства. Теорема о связи с поверхностным интегралом первого рода.
4. Формула Остроградского-Гаусса.
5. Формула Стокса.
6. Элементы теории поля. Скалярные и векторные поля. Потенциальное поле. Градиент. Соленоидальное поле. Дивергенция и ротор.
7. Формула Грина, формула Стокса и формула Остроградского-Гаусса в терминах векторного анализа. Циркуляция векторного поля. Поверхностно односвязные области в \mathbb{R}^3 . Теорема об условиях потенциальности поля в области в \mathbb{R}^3 .
8. Поток векторного поля через поверхность. Независимость операторов ∇ , div , rot от выбора системы координат.
9. Формула Грина. для оператора Лапласа. Основные задачи векторного анализа. Соленоидальные поля. Объемно односвязные области в \mathbb{R}^3 .
10. Теорема об условиях соленоидальности поля в области в \mathbb{R}^3 . Задача о разложении векторного поля. Теорема Гельмгольца.

Литература.

1. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. – Т. 1,2,3. – М.: Высшая школа. – 1989.
2. Зорич В.А. Курс дифференциального и интегрального исчисления. – М.: Наука. – 1984.
3. Никольский С.М. Курс математического анализа. – Т. 1,2. – М.: Наука. – 1983.
4. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. – Т. 1,2,3. – М.: Наука. – 1970.
5. Кудрявцев Л.Д. и др. Сборник задач по математическому анализу. – Т. 1,2,3. – М.: Высшая школа. – 1985.

План практических занятий.

1. Поверхности в \mathbb{R}^n . Касательная и нормаль к поверхности.
2. Поверхности в \mathbb{R}^n . Квадрируемые поверхности, площадь поверхности.
3. Поверхностный интеграл первого рода.
4. Контрольная работа.
5. Поверхностный интеграл второго рода.
6. Формула Остроградского-Гаусса.
7. Формула Стокса.

8. Элементы теории поля. Скалярные и векторные поля. Потенциальное поле. Градиент. Соленоидальное поле. Дивергенция и ротор.
9. Контрольная работа.

Типовые теоретические задания.

1. Дайте определение.
2. Сформулируйте и докажите теорему.

Типовые практические задания.

1. Найдите касательную плоскость к поверхности в заданной точке.
2. Найдите площадь гладкой поверхности.
3. Вычислите поверхностный интеграл первого рода.
4. Вычислите поверхностный интеграл второго рода.
5. С помощью формулы Остроградского-Гаусса вычислите объем области.
6. Вычислите поверхностный интеграл с помощью формулы Стокса.
7. Найдите градиент ∇u скалярного поля u .
8. Найдите $\operatorname{div} \vec{a}$ и $\operatorname{rot} \vec{a}$ векторного поля \vec{a} .
9. Вычислите циркуляцию векторного поля \vec{a} вдоль кривой.
10. Выясните, является ли поле потенциальным в области.
11. Найдите потенциал векторного поля \vec{a} .
12. Вычислите поток векторного поля \vec{a} через поверхность.
13. Выясните, является ли поле соленоидальным в области.

Типовой вариант на минисессии.

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

(семестр 4, Минисессия 2, 2020 г., вариант I)

1. Дайте определение гладкой поверхности, заданной параметрически (5 баллов).
2. Сформулируйте и докажите теорему о вычислении поверхностного интеграла первого рода (5+6=11 баллов).
3. Вычислите площадь поверхности параболоида, образованного вращением параболы $z = x^2$ вокруг оси Oz (11 баллов)?.
4. Вычислите поток векторного поля $\vec{h} = (y, z, x)$ через нижнюю часть сферы $S = \{x^2 + y^2 + z^2 = 1/4, z < 0\}$. Является ли это векторное поле соленоидальным в проколотом шаре $D = \{0 < x^2 + y^2 + z^2 < 16\}$. (12 баллов) ?
5. Найдите циркуляцию векторного поля $\vec{a} = (x^{10}, y^{10}, z^{10})$ вдоль кривой γ , лежащей в проколотом шаре $D = \{0 < x^2 + y^2 + z^2 < 1\}$ на пересечении плоскости $z = 1/3$ и сферы $S = \{x^2 + y^2 + z^2 = 1/4\}$. Является ли это векторное поле потенциальным в области D (11 баллов)?