ПРОГРАММА

по математическому анализу

IV семестр, вторая часть

1. Дифференциальные формы.
2. Операции над дифференциальными формами.
3. Ориентация цепей и интеграл по цепи.
4. Свойства интеграла по цепи.
5. Общая формула Стокса.
6. Следствия формулы Стокса.
7. Лемма Пуанкаре.
8. Гладкие поверхности и их ориентация.
9. Поверхностные интегралы первого рода.
10. Поверхностные интегралы второго рода и их связь с интегралами первого рода.
11. Формула Гаусса-Остроградского.
12. Классическая формула Стокса.
13. Векторные и скалярные поля.
14. Градиент и оператор Гамильтона.
15. Дивергенция и поток векторного поля через поверхность.
16. Циркуляция и ротор.
17. Потенциальные поля.
18. Соленоидальные поля.
19. Основные задачи векторного анализа.

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

IV семестр

Типовые задачи

1. Вычислить поверхностный интеграл второго рода

$$\iint\limits_S (xdy \wedge dz + ydz \wedge dx + zdx \wedge dy),$$

где S — внешняя сторона поверхности сферы $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$.

2. Вычислить поверхностный интеграл первого рода

$$L = \iint\limits_S (y^2z^2 + z^2x^2 + x^2y^2)d\sigma,$$

где S — поверхность, отсекаемая от верхней части конуса $z^2 = k^2(x^2 + y^2)$ цилиндром $x^2 + y^2 - 2ax = 0$ $(a > 0)$.

3. В каких точках пространства градиент скалярного поля

$$u = x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$$

а) перпендикулярен оси Oz, б) параллелен оси Oy?

4. Найти векторные линии векторного поля

$$\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + 2z\vec{k}.$$

5. Найти циркуляцию векторного поля

$$\vec{a} = (y + z)\vec{i} + (2 + x)\vec{j} + (x + y)\vec{k}$$

вдоль кратчайшей дуги большого круга сферы $x^2 + y^2 + z^2 = 25$, соединяющнй точки $M(3, 4, 0)$ и $N(0, 0, 5)$.

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

IV семестр

Контрольная работа 8

Вариант 2

1. Вычислить поверхностный интеграл второго рода

$$\iint\limits_S (x^2 dy \wedge dz + y^2 dz \wedge dx + z^2 dx \wedge dy),$$

где S — внешняя сторона границы куба $0 \leqslant x \leqslant a$, $0 \leqslant y \leqslant a$, $0 \leqslant z \leqslant a$.

2. Вычислить поверхностный интеграл первого рода

$$L = \iint\limits_S (x + y + z) d\sigma,$$

где S — поверхность $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$, $z \geqslant 0$.

3. Найти производную скалярного поля $u = \dfrac{1}{r}$, $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$, в направлении градиента скалярного поля $v = x^3 + y^3 + z^3$.

4. Найти векторные линии векторного поля $y\vec{i} - x\vec{j} + 2\vec{k}$.

5. Найти циркуляцию векторного поля

$$\vec{a} = -y\vec{i} + x\vec{j} + \vec{k}$$

вдоль окружности $(x - 2)^2 + y^2 = 1$, $z = 0$.

Четвертый семестр
Экзаменационная работа 8
МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ
Вариант 0

1. Лемма Пуанкаре.

(10 баллов)

2. Дивергенция векторного поля.

(5 баллов)

3. Дать определение дифференциальной формы.

(5 баллов)

4. Вычислить поверхностный интеграл первого рода

$$\iint\limits_S (xy + yz + zx)d\sigma,$$

где S — часть конической поверхности: $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, расположенная внутри цилиндра $x^2+y^2 = 2x$.

(10 баллов)

5. Вычислить поверхностный интеграл второго рода

$$\iint\limits_S x^2y^2z\,dx\,dy,$$

где S — внутренняя сторона полусферы $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$, $z \leqslant 0$.

(10 баллов)

6. Найти векторную линию поля $\vec{A} = x^2\vec{i} - y^3\vec{j} + z^2\vec{k}$, проходящую через точку $M(1/2, -1/2, 1)$.

(10 баллов)