Программа экзамена

4 минисессия весна 2013-2014г.

1.Устойчивость.

Устойчивость решений и положений равновесия.

Теорема об устойчивости для линейных систем с постоянными коэффициентами.

Производная в силу системы. Функция Ляпунова для линейных систем с постоянными коэффициентами.

Теоремы Ляпунова об устойчивости и асимптотической устойчивости положения равновесия.

Теорема Ляпунова об устойчивости по первому приближению. Теорема о вполне неустойчивости.

2. Автономные системы, краевые задачи, уравнения с частными производными первого порядка.

Автономные системы. Три типа траекторий. Фазовый портрет линейной системы второго порядка.

Краевые задачи. Функция Грина.

Уравнения с частными производными первого порядка.

Вариант 1

1. Известно, что точка $(2; 1)$ является положением равновесия системы

$$\begin{cases} \dot{x} = x^2 + \alpha y - 5, \\ \dot{y} = 3x + 2y + \beta. \end{cases}$$

   Найти значения параметров α и β. Ответ обосновать.

2. Исследовать на устойчивость нулевое положение равновесия системы

$$\begin{cases} \dot{x} = x^2 + 3x + 2y, \\ \dot{y} = 2xy + 4x + y. \end{cases}$$

3. Определить тип нулевого положения равновесия системы в зависимости от значения параметра α

$$\begin{cases} \dot{x} = -\alpha x + 2y, \\ \dot{y} = 2x - \alpha y. \end{cases}$$

4. Построить решение краевой задачи по ее функции Грина

$$G(x, s) = \begin{cases} (s-1)x, & 0 \le x \le s, \\ s(x-1), & s \le x \le 1 \end{cases}$$

   и правой части линейного уравнения $f(x) = x + 1$.

5. Найти общее решение уравнения

$$6y^2 \frac{\partial z}{\partial x} + x^3 \frac{\partial z}{\partial y} = 0.$$

Вариант 2

1. Известно, что точка $(1;2)$ является положением равновесия системы

$$\begin{cases} \dot{x} = 2y - 5x + \beta, \\ \dot{y} = y^2 + \alpha x + 2y. \end{cases}$$

   Найти значения параметров α и β. Ответ обосновать.

2. Исследовать на устойчивость нулевое положение равновесия системы

$$\begin{cases} \dot{x} = 3x^2 + x - 2y, \\ \dot{y} = xy - 4x + 3y. \end{cases}$$

3. Определить тип нулевого положения равновесия системы в зависимости от значения параметра α

$$\begin{cases} \dot{x} = \alpha x - 3y, \\ \dot{y} = -3x + \alpha y. \end{cases}$$

4. Построить решение краевой задачи по ее функции Грина

$$G(x,s) = \begin{cases} (s-1)x, & 0 \le x \le s, \\ s(x-1), & s \le x \le 1 \end{cases}$$

   и правой части линейного уравнения $f(x) = x^2$.

5. Найти общее решение уравнения

$$y^4 \frac{\partial z}{\partial x} + 3x^2 \frac{\partial z}{\partial y} = 0.$$