Темы, выносимые на промежуточный экзамен по курсу «Уравнения математической физики» (3 сессия)

1. Банахово и гильбертово пространства. Финитная функция. Пространства $C^k(\Omega), C^k(\overline{\Omega}), \overset{\circ}{C}{}^k(\Omega), C^\infty(\Omega), L_p(\Omega), L_{p,loc}(\Omega)$. Нормы и скалярные произведения.
2. Обобщенная производная (по С.Л.Соболеву). Основные свойства. Примеры вычисления обобщенных производных. Примеры, когда обобщенная производная не существует.
3. Пространство $H^l(\Omega)$. Полнота пространства $H^l(\Omega)$. Сильная и слабая сходимость.
4. След функции класса $H^1(\Omega)$ на поверхности размерности n-1. Лемма о следе. Примеры вычисления следов. Формула интегрирования по частям для функций класса $H^1(\Omega)$. Пространство $\overset{\circ}{H}{}^1(\Omega)$.
5. Эквивалентные нормы. Теорема об эквивалентности норм в $H^1(\Omega)$ и $\overset{\circ}{H}{}^1(\Omega)$. Примеры эквивалентных норм в пространстве $H^1(\Omega)$ и $\overset{\circ}{H}{}^1(\Omega)$.
6. Неравенство Стеклова (Пуанкаре-Фридрихса).

Учебно-методические материалы по дисциплине

- Михайлов В.П. Лекции по уравнениям математической физики: Учеб. пособие для вузов. -- М.: Физматлит. 2001. -- 208 с.
- В.С. Владимиров. Уравнения математической физики. - М.: Физматлит., 2002. - 400 с.
- Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. - М.: МГУ, Наука, 2004.-798с.
- Михлин С.Г. Курс математической физики. - СПб.: Лань, 2002. - 576с.
- Сборник задач по уравнениям математической физики / Под ред. В.С. Владимирова. – М.: Физматлит., 2004.

Дополнительная литература

- О. А. Ладыженская. Краевые задачи математической физики. - М.: Наука, 1988. - 386 с.
- Н. С. Кошляков, Э. Б. Глинер, М. М. Смирнов Дифференциальные уравнения математической физики. - М.: Гос. изд. ф.-м. литер., 1962. - 767 с.
- С. Л. Соболев. Уравнения математической физики. ≈ М.: ГИТТЛ, 1966. - 444 с., изд. 4-ое.
- И. Г. Петровский. Лекции об уравнениях с частными производными. - М.: ГИТТЛ, 1953.

Фамилия группа

1	2	3	4	5	6	$\sum$
3	4	3	4	2	4	20

Сибирский федеральный университет
Институт математики и фундаментальной информатики

Экзаменационная работа по уравнениям математической физики

2016-2017. 3 сессия

Демонстрационный вариант

Всюду ниже $\Omega \subset E_n$ — ограниченная односвязная область.

1. Дать определения пространств $C^k(\Omega)$, $\overset{\circ}{C}{}^k(\Omega)$, $\overset{\circ}{C}{}^\infty(\Omega)$, $H^1(\Omega)$, $\overset{\circ}{H}{}^1(\Omega)$, $L_{p,loc}(\Omega)$ с указанием норм и скалярных произведений (если они определены). Какие из этих пространств являются банаховыми, гильбертовыми?

2. Дать определение α–обобщенной производной. Доказать ее единственность.

3. Найти (по определению) обобщенную производную функции $f(x) = x|x|$ в области $\Omega = (-2; 1)$.

4. Дать определение следа $f(x)|_{\partial\Omega}$ функции класса $H^1(\Omega)$. Найти след $f(x)|_{\partial\Omega}$ функции $f(x) = \begin{cases} 0, & |x| < 1, \\ 1/2, & |x| = 1 \end{cases}$ в области $\Omega = (-1; 1)$.

5. Сформулировать лемму (неравенство) о следе для функции класса $H^1(\Omega)$.

6. Дать определение эквивалентности норм. Доказать эквивалентность норм
$\|u\| = \int\limits_\Omega (u^2(x) + |\nabla u(x)|^2)dx$ и

$||u||_1 = \int\limits_\Omega k(x)|\nabla u(x)|^2\, dx$ в пространстве $\overset{\circ}{H}{}^1(\Omega)$. Здесь функция $k(x)$ измерима по Лебегу и $0 < k_0 \leqslant k(x) \leqslant K$.