

Примеры задач

1. Построить общее решение системы $\dot{\vec{x}} = A\vec{x}$, где

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}.$$

Выделить все решения, для которых справедливо условие: $\lim_{t \rightarrow +\infty} \vec{x} = \vec{0}$.

2. Найти общее решение линейной системы

$$\begin{cases} \dot{x} = y + t^{-2}, \\ \dot{y} = x + t^{-1}. \end{cases}$$

3. Матрица A системы линейных однородных уравнений третьего порядка с постоянными коэффициентами

$$\dot{x} = Ax$$

имеет собственные векторы $(2; 5; 7)$ и $(3; -2; 4)$ соответствующие собственному значению $\lambda = 2$ и собственный вектор $(1; 2; -4)$ соответствующий собственному значению $\lambda = 5$. Написать общее решение этой системы.

4. Написать частное решение с неопределенными коэффициентами системы

$$\begin{cases} \dot{x} = 2x + 3y + 5t \cos t, \\ \dot{y} = 3x + 2y \end{cases}$$

(числовых значений коэффициентов не находить).

5. Найти положения равновесия автономной системы

$$\begin{cases} (x + 3)\dot{x} + (\dot{x} + y)\dot{y} + 3x + y - 5 = 0, \\ y\dot{x} + \dot{y} + x^2 + 3y - 7 = 0. \end{cases}$$

6. Известно, что точка $(2; 1)$ является положением равновесия системы

$$\begin{cases} \dot{x} = x^2 + \alpha y - 5, \\ \dot{y} = 3x + 2y + \beta. \end{cases}$$

Найти значения параметров α и β .

7. Система уравнений

$$\begin{cases} \dot{x} = x^2 + \alpha y - 7, \\ \dot{y} = 3x - 2y + \beta \end{cases}$$

имеет решение $x \equiv 2$, $y \equiv 1$, которое не зависит от t . Найти значения параметров α и β . Как называются такие решения автономных систем?

8. Вычислить производную в силу системы $\dot{x} = x^2y$, $\dot{y} = xy^3$ от функции xy .