

ПЕРЕЧЕНЬ ТЕМ, ВОПРОСОВ, ЗАДАЧ И ЛИТЕРАТУРЫ
ПО КУРСУ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ
ДЛЯ СТУДЕНТОВ 2-ГО КУРСА НА II МИНИСЕССИЮ
(расчитанная на 2 семестра лекций для студентов 2-го курса)

Составил профессор кафедры МАДУ А.А.Родионов

ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ (II минисессия письменная)

1. Теорема существования (для ОДУ, не разрешенных относительно производной).
2. Простейшие ОДУ, не разрешенные относительно производных. Примеры.
3. Уравнения Лагранжа. Уравнения Клеро.
4. Особое решение, определения. Теорема о дискриминантной кривой.
5. Огибающая. Необходимое условие существования огибающей.
6. Зависимость решений от входных данных. Теорема.
7. Лемма Адамара.
8. Зависимость решений от входных параметров. Теорема.
9. Линейные однородные ДУ n -го порядка с постоянными коэффициентами: а) леммы (о линейном операторе, о корнях характеристического многочлена, о решении однородного уравнения); б) фундаментальная система решений; в) определитель Вронского, формула Лиувилля (без доказательства); г) теорема об общем решении; д) теорема о вещественном решении уравнения.
10. Частное решение линейного неоднородного уравнения с постоянными коэффициентами (с правой частью в виде квазимногочлена).
11. Решение линейного неоднородного ОДУ с постоянными коэффициентами методом вариации постоянных.

ПРАКТИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ

1. Построение последовательности Пикара. Оценка ошибки решения.
1. Простейшие ОДУ, не разрешенные относительно производных.
2. Уравнения Лагранжа. Уравнения Клеро.
3. Особое решение, дискриминантные кривые.
4. Огибающая для данного семейства линий.
5. Уравнения порядка выше 1-го, методы понижения порядка уравнения.
6. Решение линейного однородного ОДУ с постоянными коэффициентами.

ЛИТЕРАТУРА

- 1) Петровский И.Г. Лекции по теории ОДУ. М., "Наука" 1970.
- 2) Матвеев Н.М. Методы интегрирования ОДУ;
- 3) Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения.
- 4) Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. М., "Наука" 1985.
- 5) Самойленко А.М., Кривошея С.А., Перестюк Н.А. Дифференциальные уравнения: примеры и задачи. М., "Высшая школа" 1989.
- 6) Егоров А.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения с приложениями. Москва, "Физматлит", 2003, 2005.

ВАРИАНТЫ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫХ БИЛЕТОВ

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ 1

1. Доказать теорему о частном решении линейного ОДУ n -го порядка с постоянными коэффициентами (с правой частью в виде квазимногочлена). (6 баллов)
2. Уравнение Клеро (определение и решение). (2 балла)
3. Дать определение огибающей для однопараметрического семейства кривых. (2 балла)
4. Для уравнения $y' = x + y$, $y(0) = 1$ в области $|x| \leq 1$, $|y - 1| \leq 1$ построить третье приближение Пикара и оценить его ошибку. (5 баллов)
5. Решить уравнение (однородное): $xyy'' + xy'^2 = 2yy'$. (5 баллов)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ 2

1. Доказать теорему о дискриминантной кривой уравнения $F(x, y, y') = 0$. (4 балла)
2. Метод вариации постоянных для неоднородного ОДУ n -го порядка с постоянными коэффициентами. (4 балла)
3. Дать определение фундаментальной системы решений и определителя Вронского для линейного ОДУ с постоянными коэффициентами. (2 балла)
4. Найти огибающую и определить ОДУ для семейства кривых: $y = Cx^2 - C^2$. (5 баллов)
5. Решить уравнение: $yy'^2 - 2xy' + y = 0$. (5 баллов)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ 3

1. Сформулировать и доказать теорему о зависимости решения уравнения $dy/dx = f(x, y, \mu_1, \dots, \mu_n)$ от входных параметров. (7 баллов)
2. Уравнение Лагранжа (определение и решение). (3 балла)
3. Решить задачу Коши: $2y''' - 3y'^2 = 0, y(0) = -3, y'(0) = 1, y''(0) = -1$. (5 баллов)
4. Решить уравнение: $yy'^2 + 2xy' - y = 0$. (5 баллов)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ 4

1. Доказать теорему существования решения для ОДУ, не разрешенных относительно производной. (5 баллов)
2. Теорема 1 о представлении общего решения однородного ОДУ n -го порядка с постоянными коэффициентами (формулировка и доказательство). (5 баллов)
3. Найти огибающую и определить ОДУ для семейства кривых: $y = C(x - C)^2$. (5 баллов)
4. Решить уравнение: $y = 2xy' + y^2y'^3$. (5 баллов)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ 5

1. Дать определение огибающей для однопараметрического семейства кривых. Вывести необходимые условия существования огибающей. (4 балла)
2. Сформулировать и доказать Лемму 1 для однородного ОДУ n -го порядка с постоянными коэффициентами ($L(\exp(\lambda x)f(x)) = \dots$). (4 балла)
3. Сформулировать теорему о частном решении линейного ОДУ n -го порядка с постоянными коэффициентами (с правой частью в виде квазимногочлена). (2 балла)
4. Для уравнения $y' = 2x - y, y(0) = 2$ в области $|x| \leq 1, |y - 2| \leq 2$ построить третье приближение Пикара и оценить его ошибку. (5 баллов)
5. Решить задачу Коши: $y''' = 3yy'', y(0) = -2, y'(0) = 0, y''(0) = 4, 5$. (5 баллов)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ 6

1. Теорема о непрерывной зависимости решения уравнения $dy/dx = f(x, y)$ от входных данных (формулировка и доказательство). (7 баллов)
2. Теорема о вещественном решении линейного ОДУ n -го порядка с вещественными постоянными коэффициентами. (3 балла)
3. Найти огибающую и определить ОДУ для семейства кривых: $xy = Cy - C^2$. (5 баллов)
4. Решить уравнение (однородное): $x^2yy'' + y'^2 = 0$. (5 баллов)