Миниеместр 4.2 (18 часов лекций, 36 часов практических занятий).

План лекций.

1. Поверхности в $\mathbb{R}^n$. Гладкие и кусочно-гладкие поверхности. Касательная и нормаль к поверхности. Особые точки поверхностей. Ориентация поверхности. Квадрируемые поверхности, площадь поверхности.

2. Поверхностный интеграл первого рода. Основные свойства. Теорема о связи с кратным интеграломРимана.

3. Поверхностный интеграл второго рода. Основные свойства. Теорема о связи с поверхностным интегралом первого рода.

4. Формула Остроградского-Гаусса.

5. Формула Стокса.

6. Элементы теории поля. Скалярные и векторные поля. Потенциальное поле. Градиент. Соленоидальное поле. Дивергенция и ротор.

7. Формула Грина, формула Стокса и формула Острогорадского-Гаусса в терминах векторного анализа. Циркуляция векторного поля. Поверхностно односвязные области в $\mathbb{R}^3$. Теорема об условиях потенциальности поля в области в $\mathbb{R}^3$.

8. Поток векторного поля через поверхность. Независимость операторов ∇, div, rot от выбора системы координат.

9. Основные задачи векторного анализа. Соленоидальные поля. Объемно односвязные области в $\mathbb{R}^3$. Теорема об условиях соленоидальности поля в области в $\mathbb{R}^3$. Задача о разложении векторного поля.

Литература.

1. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. – Т. 1,2,3. – М.: Высшая школа. – 1989.

2. Зорич В.А. Курс дифференциального и интегрального исчисления. – М.: Наука. – 1984.

3. Никольский С.М. Курс математического анализа. – Т. 1,2. – М.: Наука. – 1983.

4. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. – Т. 1,2,3. – – М.: Наука. – 1970.

5. Кудрявцев Л.Д. и др. Сборник задач по математическому анализу. – Т. 1,2,3. – М.: Высшая школа. – 1985.

План практических занятий.

1. Поверхности в $\mathbb{R}^n$. Касательная и нормаль к поверхности.

2. Поверхности в $\mathbb{R}^n$. Квадрируемые поверхности, площадь поверхности.

3. Поверхностный интеграл первого рода.

4. Контрольная работа.

5. Поверхностный интеграл второго рода.

6. Формула Остроградского-Гаусса.

7. Формула Стокса.

8. Элементы теории поля. Скалярные и векторные поля. Потенциальное поле. Градиент. Соленоидальное поле. Дивергенция и ротор.

9. Контрольная работа.

Типовые теоретические задания.

1. Дайте определение.
2. Сформулируйте и докажите теорему.

Типовые практические задания.

1. Найдите касательную плоскость к поверхности в заданной точке.
2. Найдите площадь гладкой поверхности.
3. Вычислите поверхностный интеграл первого рода.
4. Вычислите поверхностный интеграл второго рода.
5. С помощью формулы Остроградского-Гаусса вычислите объем области.
6. Вычислите поверхностный интеграл с помощью формулы Стокса.
7. Найдите градиент ∇u скалярного поля u.
8. Найдите $\operatorname{div} \overline{a}$ и $\operatorname{rot} \overline{a}$. векторного поля $\overline{a}$.
9. Вычислите циркуляцию векторного поля $\overline{a}$ вдоль кривой.
10. Выясните, является ли поле потенциальным в области.
11. Найдите потенциал векторного поля $\overline{a}$.
12. Вычислите поток векторного поля $\overline{a}$ через поверхность.
13. Выясните, является ли поле соленоидальным в области.

Типовой вариант на минисессии.

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

(семестр 4, Минисессия 2, 2016 г., вариант I)

1. Дайте определение гладкой поверхности, заданной параметрически (5 баллов).

2. Сформулируйте и докажите теорему о вычислении поверхностного интеграла первого рода (5+6=11 баллов).

3. Вычислите площадь поверхности параболоида, образованного вращением параболы $z = x^2$ вокруг оси Oz (11 баллов)?.

4. Вычислите поток векторного поля $\vec{h} = (y, z, x)$ через нижнюю часть сферы $S = \{x^2 + y^2 + z^2 = 1/4, z < 0\}$. Является ли это векторное поле соленоидальным в проколотом шаре $D = \{0 < x^2 + y^2 + z^2 < 16\}$. (12 баллов) ?

5. Найдите работу векторного поля $\vec{a} = (x^{10}, y^{10}, z^{10})$ вдоль кривой γ, лежащей в проколотом шаре $D = \{0 < x^2 + y^2 + z^2 < 1\}$ на пересечении плоскости $z = 1/3$ и сферы $S = \{x^2 + y^2 + z^2 = 1/4\}$. Является ли это векторное поле потенциальным в области D (11 баллов)?