Основные определения и теоремы, вынесенные на минисессию
Четвертый семестр, 2016

Основные определения

1. Элементарная поверхность
2. Поверхностный интеграл первого рода.
3. Поверхностный интеграл второго рода.
4. Векторное поле.
5. Потенциал векторного поля.
6. Поток векторного поля.
7. Дивергенция векторного поля.
8. Ротор векторного поля.
9. Циркуляция векторного поля.
10. Потенциальное векторное поле.
11. Соленоидальное векторное поле.
12. Внешние дифференциальные формы и допустимые действия над ними.
13. Дифференциал внешней дифференциальной формы и его свойства.
14. Интеграл внешней дифференциальной формы. Формулы Гаусса-Остроградского и Стокса на языке внешних дифференциальных форм.

Основные формулы и теоремы (с доказательством)

1. Свойства поверхностного интеграла первого рода.
2. Свойства поверхностного интеграла второго рода.
3. Формула Гаусса–Остроградского для элементарных областей.
4. Формула Стокса для дважды непрерывно дифференцируемых поверхностей.
5. Необходимые и достаточные условия соленоидальности векторного поля.
6. Необходимые и достаточные условия потенциальности векторного поля.

Экзаменационный билет

Математический анализ. Четвертый семестр (сессия), 2015 год
Вариант 0

Фамилия ______________________________ Группа ______________________________

1	2	3	4	5	6	Σ
3	5	7	9	9	7	40

1. Внешние дифференциальные формы и допустимые действия над ними. (3 балла)
2. Сформулируйте и докажите теорему Гаусса-Остроградского для элементарных областей. (5 балла)
3. Дайте определение и вычислите поверхностный интеграл первого рода $\int\limits_S (x+y+z)ds$, где S – поверхность, заданная представлением $x = u\cos v$, $y = u\sin v$, $z = v$, $u \in [0, 2]$, $v \in [0, 2\pi]$. (7 баллов)
4. Используя формулу Гаусса-Остроградского, найдите поток векторного поля $\vec{\mathbf{a}} = 2x\vec{\mathbf{i}} + y\vec{\mathbf{j}} - 2xz\vec{\mathbf{k}}$ через внешнюю поверхность S цилиндра: боковая поверхность – $x^2 + y^2 = 1$, $0 \le z \le H$; нижнее основание – $x^2 + y^2 \le 1$, $z = 0$; верхнее основание – $x^2 + y^2 = 1$, $z = H$. (9 баллов)
5. Используя формулу Стокса вычислите циркуляцию векторного поля $\vec{\mathbf{a}} = 2x\vec{\mathbf{i}} + z\vec{\mathbf{j}} - 2y\vec{\mathbf{k}}$ вдоль непрерывного контура Г, ориентированного против часовой стрелки: $x^2 + y^2 = 1$, $z = 3$. (9 баллов)
6. Сформулируйте необходимые и достаточные условия потенциальности (соленоидальности) векторного поля и проверьте с их помощью, является ли векторное поле $\vec{\mathbf{a}} = 2x\vec{\mathbf{i}} + z\vec{\mathbf{j}} + y\vec{\mathbf{k}}$ потенциальным (или соленоидальным). (7 баллов)