ПРОГРАММА

по математическому анализу

IV семестр, вторая часть

1. Гладкие поверхности и их ориентация.
2. Поверхностные интегралы первого рода и их вычисление.
3. Поверхностные интегралы второго рода и их вычисление
4. Связь между поверхностными интегралами первого рода и интегралами второго рода.
5. Формула Гаусса-Остроградского.
6. Формула Стокса.
7. Теорема о независимости криволинейного интеграла в $\mathbb{R}^3$ от пути интегрирования.
8. Векторные и скалярные поля.
9. Градиент и оператор Гамильтона.
10. Дивергенция и поток векторного поля через поверхность.
11. Циркуляция и ротор.
12. Потенциальные поля.
13. Соленоидальные поля.
14. Теорема Гельмгольца.

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

IV семестр

Типовые задачи

1. Вычислить поверхностный интеграл второго рода

$$\iint\limits_S (xdydz + ydzdx + zdxdy),$$

где S — внешняя сторона поверхности сферы $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$.

2. Вычислить поверхностный интеграл первого рода

$$L = \iint\limits_S (y^2z^2 + z^2x^2 + x^2y^2)d\sigma,$$

где S — поверхность, отсекаемая от верхней части конуса $z^2 = k^2(x^2 + y^2)$ цилиндром $x^2 + y^2 - 2ax = 0$ $(a > 0)$.

3. В каких точках пространства градиент скалярного поля

$$u = x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$$

а) перпендикулярен оси Oz, б) параллелен оси Oy?

4. Найти векторные линии векторного поля

$$\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + 2z\vec{k}.$$

5. Найти циркуляцию векторного поля

$$\vec{a} = (y + z)\vec{i} + (2 + x)\vec{j} + (x + y)\vec{k}$$

вдоль кратчайшей дуги большого круга сферы $x^2 + y^2 + z^2 = 25$, соединяющнй точки $M(3, 4, 0)$ и $N(0, 0, 5)$.

6. Найти производную скалярного поля $u = \dfrac{1}{r}$, $r^2 = x^2+y^2+z^2$, в направлении градиента скалярного поля $v = x^3 + y^3 + z^3$.

Четвертый семестр
Экзаменационная работа 8
МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ
Вариант 0

1. Дать определение поверхностного интеграла первого рода.

(5 баллов)

2. Дивергенция векторного поля.

(15 баллов)

3. Вычислить поверхностный интеграл первого рода

$$\iint\limits_S (xy + yz + zx)d\sigma,$$

где S — часть конической поверхности: $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, расположенная внутри цилиндра $x^2+y^2 = 2x$.

(10 баллов)

4. Вычислить поверхностный интеграл второго рода

$$\iint\limits_S x^2y^2z\,dx\,dy,$$

где S — внутренняя сторона полусферы $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$, $z \leqslant 0$.

(10 баллов)

5. Найти векторную линию поля $\vec{A} = x^2\vec{i} - y^3\vec{j} + z^2\vec{k}$, проходящую через точку $M(1/2, -1/2, 1)$.

(10 баллов)