

ПЕРЕЧЕНЬ ТЕМ, ВОПРОСОВ, ЗАДАЧ И ЛИТЕРАТУРЫ  
ПО КУРСУ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ  
ДЛЯ СТУДЕНТОВ 2-ГО КУРСА НА IV МИНИСЕССИЮ  
(расчитанная на 2 семестра лекций для студентов 2-го курса)

Составил профессор кафедры МАДУ А.А.Родионов

*ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ (IV минисессия устная)*

1. Устойчивость нормальных систем ОДУ:
  - а) устойчивость по Ляпунову, асимптотическая устойчивость;
  - б) леммы 1, 2, 3 об оценке решения при  $Re\lambda < 0$ ;
  - в) теорема об асимптотической устойчивости;
  - г) лемма Ляпунова об устойчивости положения равновесия, пример;
  - д) линеаризация (первое приближение) системы уравнений;
  - е) теорема Ляпунова об асимптотической устойчивости, пример;
  - ж) теорема Гурвица (без доказательства).
2. Траектории линейной однородной системы ОДУ 2-го порядка:
  - а) узел; б) седло; в) фокус; г) центр; д) вырожденный узел; е) другие случаи.
3. Уравнения с частными производными 1-го порядка:
  - а) определения, характеристики квазилинейного уравнения;
  - б) теоремы об интегральной поверхности;
  - в) первые интегралы, общее решение уравнения;
  - г) задача Коши для квазилинейного уравнения.

*ПРАКТИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ*

1. Нахождение положения равновесия для нормальной системы ОДУ.
2. Исследование на устойчивость положения равновесия (лемма Ляпунова, линеаризация системы + теорема Ляпунова).
3. Исследование линейной однородной системы ОДУ 2-го порядка с постоянными коэффициентами, начертить траектории в окрестности точки покоя (узел, седло, фокус, центр, вырожденные случаи).
4. Решение квазилинейных уравнений в частных производных с заданным условием на границе.

*ЛИТЕРАТУРА*

- 1) Н.П.Еругин, И.З.Штокало, П.С.Бондаренко и др. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений, Киев, 1974;
- 2) Петровский И.Г. Лекции по теории ОДУ. М., "Наука" 1970.
- 3) Каргашев А.П., Рождественский Б.Л. ОДУ и основы вариационного исчисления. М., "Наука" 1976.
- 4) Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения.
- 5) Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. М., "Наука" 1985.
- 6) Самойленко А.М., Кривошея С.А., Перестюк Н.А. Дифференциальные уравнения: примеры и задачи. М., "Высшая школа" 1989.
- 7) Егоров А.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения с приложениями. Москва, "Физматлит", 2003, 2005.

ВАРИАНТЫ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫХ БИЛЕТОВ

Устный экзамен по ОДУ (четвертая сессия). БИЛЕТ 1.

1. Доказать Лемму 1 об оценке решения нормальной системы ОДУ при  $Re\lambda < 0$ .
2. Дать определение линеаризации (первого приближения) нормальной системы ОДУ.
3. Найти особые точки системы уравнений, в окрестности одной из точек линеаризовать систему, найти решение и начертить траектории:  $x' = (2x - y)^2 - 9$ ,  $y' = 9 - (x - 2y)^2$ .
4. Решить задачу Коши для квазилинейного уравнения:  
 $2\sqrt{x}u_x - yu_y = 0$ ;  $C : u = y^2, x = 1$ .

Устный экзамен по ОДУ (четвертая сессия). БИЛЕТ 2.

1. Доказать Лемму 2 об оценке решения нормальной системы ОДУ при  $Re\lambda < 0$ .
2. Сформулировать теорему Ляпунова об асимптотической устойчивости положения равновесия нормальной системы ОДУ.
3. Найти особые точки системы уравнений, в окрестности одной из точек линеаризовать систему, найти решение и начертить траектории:  $x' = (x + y)^2 - 1$ ,  $y' = -y^2 - x + 1$ .
4. Решить задачу Коши для квазилинейного уравнения:  
 $u_x + (1 + y^2)u_y = u$ ;  $C : u = arctg(y), x = 0$ .

Устный экзамен по ОДУ (четвертая сессия). БИЛЕТ 3.

1. Доказать теорему об асимптотической устойчивости решения нормальной системы ОДУ.
2. Сформулировать теорему об интегральной поверхности для квазилинейного уравнения с частными производными 1-го порядка.
3. Найти особые точки системы уравнений, в окрестности одной из точек линеаризовать систему, найти решение и начертить траектории:  $x' = 2(x - 1)(y - 2)$ ,  $y' = y^2 - x^2$ .
4. Решить задачу Коши для квазилинейного уравнения:  
 $u_x - u_y = \frac{2y}{1+y^2}u$ ;  $C : u = 1, x = 0$ .

Устный экзамен по ОДУ (четвертая сессия). БИЛЕТ 4.

1. Доказать 1-ю часть леммы Ляпунова об устойчивости положения равновесия нормальной системы ОДУ.
2. Сформулировать теорему 1 об интегральной поверхности для квазилинейного уравнения с частными производными 1-го порядка.
3. Найти особые точки системы уравнений, в окрестности одной из точек линеаризовать систему, найти решение и начертить траектории:  $x' = 1 - y^2 - x^2$ ,  $y' = 2xy$ .
4. Решить задачу Коши для квазилинейного уравнения:  
 $u_x + 2u_y + u = xy$ ;  $C : u = 2 - y, x = 0$ .