

**Математический анализ. Семестр 3. Минисеместр 1.  
(32 часа лекций , 32 часа практических занятий).**

Перечень тем и вопросов, выносимых на экзамен.

**Осенняя мини-сессия**

1. Пространство  $\mathbb{R}^n$ .
2. Топология пространства  $\mathbb{R}^n$ .
3. Функции многих переменных. Предел функций многих переменных.
4. Непрерывность функций многих переменных.
5. Свойства непрерывных функций. Равномерная непрерывность функций многих переменных.
6. Дифференциальное исчисление функций нескольких действительных переменных. Частные производные. Дифференцируемость. Существование производных и дифференцируемость. Дифференциал.
7. Производная по направлению и градиент.
8. Теоремы о среднем.
9. Частные производные и дифференциалы высших порядков.
10. Формула Тейлора.
11. Локальный экстремум.
12. Неявные функции. Теорема о неявной функции.
13. Теорема о системе неявных функций.
14. Дифференцируемые отображения. Теорема об обратном отображении.

## Рекомендуемая литература.

1. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. – Т. 1,2,3. – М.: Высшая школа. – 1989.
2. Зорич В.А. Курс дифференциального и интегрального исчисления. – М.: Наука. – 1984.
3. Никольский С.М. Курс математического анализа. – Т. 1,2. – М.: Наука. – 1983.
4. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. – Т. 1,2,3. – М.: Наука. – 1970.
5. Кудрявцев Л.Д. и др. Сборник задач по математическому анализу. – Т. 1,2,3. – М.: Высшая школа. – 1985.

### Список типовых теоретических задач

1. Дайте определение ...
2. Сформулируйте и докажите теорему...

### Список типовых практических задач осенней мини-сессии

1. Докажите, что множество является областью.
2. Докажите, что множество является компактным.
3. Найдите предел последовательности в  $\mathbb{R}^n$ .
4. Найдите повторный предел или докажите, что он не существует.
5. Найдите двойной предел или докажите, что он не существует.
6. Найдите кратный предел или докажите, что он не существует.
7. Исследуйте функцию на непрерывность.
8. Исследуйте функцию на равномерную непрерывность.
9. Найдите частную производную, или докажите, что она не существует.
10. Исследуйте функцию на дифференцируемость.
11. Найдите дифференциал.
12. Найдите производные функции старших порядков.
13. Разложите функцию по формуле Тейлора в заданной точке.
14. Исследуйте функцию на локальный экстремум.
15. Найдите матрицу Якоби и якобиан отображения.
16. Найдите обратное отображение к заданному.

"Демо-версия" билета осенней-минисессии

**МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ**

(семестр 3, Минисессия 1, 2013 г., вариант I)

1. Дайте определение области в  $\mathbb{R}^2$  (3 балла).
2. Сформулируйте и докажите теорему Кантора для функций двух переменных (3+4=7 баллов).
3. Для функции

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y^2}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq 0, \\ 0, & (x, y) = 0, \end{cases}$$

а) найдите или покажите что не существуют следующие двойной и повторные пределы

$$\lim_{(x,y) \rightarrow 0} f(x, y), \quad \lim_{x \rightarrow 0} \lim_{y \rightarrow 0} f(x, y), \quad \lim_{y \rightarrow 0} \lim_{x \rightarrow 0} f(x, y)$$

и исследуйте функцию  $f(x, y)$  на непрерывность в  $\mathbb{R}^2$  (5 баллов);

б) найдите первые частные производные функции  $f(x, y)$  и ее стационарные точки в  $\mathbb{R}^2$  (5 баллов);

в) выясните, является ли  $f(x, y)$  дифференцируемой в  $\mathbb{R}^2$  (5 баллов);

г) Разложите функцию по формуле Тейлора в точке  $(1, 1)$  с точностью до  $o(\rho^3)$  при  $\rho \rightarrow +0$  (5 баллов).