

ПЕРЕЧЕНЬ ТЕМ, ВОПРОСОВ, ЗАДАЧ И ЛИТЕРАТУРЫ
ПО КУРСУ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ
ДЛЯ СТУДЕНТОВ 2-ГО КУРСА НА I МИНИСЕССИЮ
(расчитанная на 2 семестра лекций для студентов 2-го курса)

Составил профессор кафедры МАДУ А.А.Родионов

ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ (I минисессия письменная)

1. Простейшие ОДУ: 1) $y' = f(x)$; 2) $y' = f(y)$; 3) $y' = f(x)g(y)$; 4) $y' = f(y/x)$; 5) $y' = a(x)y + b(x)$; 6) ОДУ в полных дифференциалах.
2. Задача Коши. Постановка и примеры. Пример неединственности решения.
3. Теорема Арцеля (о выборе равномерно сходящейся последовательности).
4. Теорема Пеано (о существовании решения).
6. Теорема о непродолжаемости решения.
7. Теорема Осгуда (о единственности решения).
8. Метод последовательных приближений Пикара. Теорема Пикара:
 - 1) лемма об эквивалентности задачи Коши и интегрального уравнения;
 - 2) построение последовательности Пикара, ее свойства;
 - 3) равномерная сходимость последовательности;
 - 4) предельная функция является решением задачи Коши;
 - 4) единственность решения;
 - 5) оценка ошибки решения, замечания.

ПРАКТИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ

1. Изоклины. Построение ОДУ для данного семейства кривых.
2. ОДУ с разделяющимися переменными.
3. Однородные ОДУ.
4. Линейные ОДУ 1-го порядка.
5. ОДУ в полных дифференциалах.
6. Геометрические и физические задачи, решаемые с помощью ОДУ.
7. Построение последовательности Пикара. Оценка ошибки решения.

ЛИТЕРАТУРА

- 1) Петровский И.Г. Лекции по теории ОДУ. М., "Наука", 1970.
- 2) Матвеев Н.М. Методы интегрирования ОДУ;
- 3) Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения.
- 4) Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. М., "Наука", 1985.
- 5) Самойленко А.М., Кривошея С.А., Перестюк Н.А. Дифференциальные уравнения: примеры и задачи. М., "Высшая школа", 1989.
- 6) Егоров А.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения с приложениями. Москва, "Физматлит", 2003, 2005.

ВАРИАНТЫ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫХ БИЛЕТОВ

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

1. Сформулировать теорему о непродолжаемости решения. (3 балла)
2. Сформулировать теорему Пикара. Доказать, что предельная функция является решением уравнения, и доказать, что это решение единственно. (7 баллов)
3. Решить уравнение: $(x + 4y)y' = 2x + 3y - 5$. (5 баллов)
4. Решить уравнение Бернулли: $2xy' - y = -y^3 \sin x$. (5 баллов)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 2

1. Уравнение Риккати, изложить метод его решения. (3 балла)
2. Сформулировать и доказать теорему Арцеля (о выборе равномерно сходящейся последовательности). (7 баллов)
3. Решить линейное уравнение: $y' \sin 2x = 2(y + \cos x)$ при условии, что $y(x)$ остается ограниченным при $x \rightarrow \pi/2$. (5 баллов)
4. Решить уравнение: $(\sin y + y \sin x + 1/x)dx + (x \cos y - \cos x + 1/y)dy = 0$. (5 баллов)

Экзамен по ОДУ (первая сессия, 29 октября 2015г.).**ВАРИАНТ 1**

1. Уравнение Бернулли, изложить метод его решения. (3 балла)
2. Сформулировать и доказать теорему Пеано (о существовании решения). (7 баллов)
3. Решить уравнение Бернулли: $y' + 2y = e^x y^2$. (5 баллов)
4. Решить уравнение: $xy' - y = (x + y) \ln \frac{x+y}{x}$. (5 баллов)

Экзамен по ОДУ (первая сессия, 29 октября 2015г.).**ВАРИАНТ 2**

1. Дать пример неединственности решения задачи Коши. (3 балла)
2. Сформулировать теорему Пикара. Доказать сходимость последовательности Пикара. (7 баллов)
3. Решить линейное уравнение: $y' \sin x - y \cos x = -\sin^2 x / x^2$. (5 баллов)
4. Решить уравнение: $(ychx + shy)dx + (xchy + shx)dy = 0$. (5 баллов)

Экзамен по ОДУ (первая сессия, 29 октября 2015г.).**ВАРИАНТ 3**

1. Сформулировать теорему о непродолжаемости решения. (3 балла)
2. Сформулировать и доказать теорему Арцеля (о выборе равномерно сходящейся последовательности). (7 баллов)
3. Решить уравнение Бернулли: $y' = y^4 \cos x + y \tan x$. (5 баллов)
4. Решить уравнение: $xy' = y \cos(\ln \frac{y}{x})$. (5 баллов)

Экзамен по ОДУ (первая сессия, 29 октября 2015г.).**ВАРИАНТ 4**

1. Уравнение Риккати, изложить метод его решения. (3 балла)
2. Сформулировать теорему Пикара. Доказать, что предельная функция является решением уравнения, и доказать, что это решение единственно. (7 баллов)
3. Решить линейное уравнение: $y' \sin 2x = 2(y + \cos x)$. (5 баллов)
4. Решить уравнение: $(\sin y + y \sin x + 1/x)dx + (x \cos y - \cos x + 1/y)dy = 0$. (5 баллов)

Экзамен по ОДУ (первая сессия, 29 октября 2015г.).**ВАРИАНТ 5**

1. Сформулировать теорему Пикара (о существовании и единственности решения). (3 балла)
2. Сформулировать и доказать теорему о непродолжаемости решения. (7 баллов)
3. Решить уравнение Бернулли: $2xy' - y = -y^3 \sin x$. (5 баллов)
4. Решить уравнение: $(3x^2y + y^3)dx + (x^3 + 3xy^2)dy = 0$. (5 баллов)

Экзамен по ОДУ (первая сессия, 29 октября 2015г.).**ВАРИАНТ 6**

1. Теорема существования и единственности решения для линейного уравнения 1-го порядка (метод вариации постоянной). (5 баллов)
2. Сформулировать теорему Пикара. Свойства последовательности Пикара. (5 баллов)
3. Решить уравнение: $(2x + y + 1)dx - (4x + 2y - 3)dy = 0$. (5 баллов)
4. Решить линейное уравнение: $(2e^y - x)y' = 1$. (5 баллов)

Варианты экзаменационных билетов по ОДУ для студентов 2-го курса (1-я минисессия, октябрь 2015г.).

Составил Родионов А.А., д.ф.-м.н., профессор кафедры МАДУ