Основные определения и теоремы, вынесенные на минисессию
Четвертый семестр, 2015

Основные определения

1. Элементарная поверхность
2. Поверхностный интеграл первого рода.
3. Поверхностный интеграл второго рода.
4. Векторное поле.
5. Потенциал векторного поля.
6. Поток векторного поля.
7. Дивергенция векторного поля.
8. Ротор векторного поля.
9. Циркуляция векторного поля.
10. Потенциальное векторное поле.
11. Соленоидальное векторное поле.

Основные формулы и теоремы

1. Свойства поверхностного интеграла первого рода.
2. Свойства поверхностного интеграла второго рода.
3. Формула Гаусса–Остроградского для элементарных областей.
4. Формула Стокса.
5. Необходимые и достаточные условия соленоидальности векторного поля.
6. Необходимые и достаточные условия потенциальности векторного поля.

Экзаменационный билет

Математический анализ. Четвертый семестр (сессия), 2015 год
Вариант 0

Фамилия ______________________________ Группа ______________________________

1	2	3	4	5	6	Σ
3	5	7	9	9	7	40

1. Дайте определение потенциального векторного поля (3 балла)
2. Сформулируйте и докажите теорему Гаусса-Остроградского для элементарных областей. (5 балла)
3. Вычислите поверхностный интеграл первого рода $\int\limits_S (x+y+z)ds$, где S – поверхность, заданная представлением $x = u\cos v$, $y = u\sin v$, $z = v$, $u \in [0, 2]$, $v \in [0, 2\pi]$. (7 баллов)
4. Используя формулу Гаусса-Остроградского, найдите поток векторного поля $\vec{\mathbf{a}} = 2x\vec{\mathbf{i}} + y\vec{\mathbf{j}} - 2xz\vec{\mathbf{k}}$ через внешнюю поверхность S цилиндра: боковая поверхность – $x^2 + y^2 = 1$, $0 \le z \le H$; нижнее основание – $x^2 + y^2 \le 1$, $z = 0$; верхнее основание – $x^2 + y^2 = 1$, $z = H$. (9 баллов)

5. Вычислите циркуляцию векторного поля $\vec{\mathbf{a}} = 2x\vec{\mathbf{i}} + z\vec{\mathbf{j}} - 2y\vec{\mathbf{k}}$ вдоль непрерывного контура Г, ориентированного против часовой стрелки: $x^2 + y^2 = 1$, $z = 3$. (9 баллов)
6. Используя необходимые и достаточные условия, докажите, что векторное поле $\vec{\mathbf{a}} = 2x\vec{\mathbf{i}} + z\vec{\mathbf{j}} + y\vec{\mathbf{k}}$ является потенциальным (или соленоидальным). (7 баллов)