

**Экзаменационный билет. Математический анализ. Летняя сессия, 2009 год.
Вариант №1**

Фамилия

группа

1a	1b	1c	2	3	4	5	Σ

1. Дайте следующие определения:

- (a) Регулярной поверхности.
- (b) Площади поверхности.
- (c) Дать определение потенциального векторного поля и сформулировать критерий потенциальности векторного поля.

2. Дать определение ротора векторного поля и доказать, что

$$\operatorname{rot}[c, a] = c \operatorname{div} a - (c, \nabla) a,$$

где c – постоянный вектор, a – некоторое векторное поле.

3. Используя формулу Стокса вычислить интеграл

$$\int_L z dy + x dz + y dx,$$

где L - окружность $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$, $x + y + z = 0$, ориентированная положительно относительно вектора $(0, 0, 1)$.

4. Вычислить поверхностный интеграл

$$\int_S \int (2x^2 + y^2 + z^2) dydz,$$

где S - внутренняя сторона конуса $\sqrt{y^2 + z^2} \leq x \leq H$.

5. Сформулировать и доказать теорему Остроградского-Гаусса.

Список тем по теории

Фроленков И.В., летняя сессия 2014-2015 уч. Год

1. Гладкие поверхности и их ориентация
2. Поверхностные интегралы первого и второго рода.
3. Формула Гаусса-Остроградского
4. Классическая формула Стокса
5. Теория поля. Векторные и скалярные поля, оператор Гамильтона и его свойства.
6. Дивергенция. Поток векторного поля через поверхность
7. Циркуляция. Ротор
8. Потенциальные поля. Соленоидальные поля. Необходимые и достаточные условия соленоидальности векторного поля. Необходимые и достаточные условия потенциальности векторного поля.
9. Основные теоремы в терминах скалярных и векторных полей (теорема о независимости интеграла от пути интегрирования, формула Гаусса-Остроградского, формула Стокса)
10. Внешние алгебраические формы и операции над ними.
11. Внешние дифференциальные формы и основные операции.
12. Ориентация цепей и интеграл по цепи.
13. Основные теоремы в терминах дифференциальных форм.

Список тем по практике

1. Поверхностный интеграл первого рода.
2. Поверхностный интеграл второго рода.
3. Формула Остроградского-Гаусса
4. Формула Стокса.
5. Приложения поверхностных интегралов
6. Теория поля

**Экзаменационный билет. Математический анализ. Летняя сессия, 2009 год.
Вариант №1**

Фамилия

группа

1a	1b	1c	2	3	4	5	Σ

1. Дайте следующие определения:

- (a) Двусторонней поверхности.
- (b) Поверхностного интеграла второго рода.
- (c) Дать определение соленоидального векторного поля и сформулировать критерий соленоидальности векторного поля.

2. Дать определение дивергенции и доказать, что

$$\operatorname{div} [a, b] = (b, \operatorname{rot} a) - (a, \operatorname{rot} b),$$

где a, b – некоторые векторные поля.

3. Используя формулу Стокса вычислить интеграл

$$\int_L x dz + (x + z) dx + (x - y) dy,$$

где L - эллипс $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, z = c$, ориентированная отрицательно относительно вектора $(0, 0, 1)$.

4. Вычислить поверхностный интеграл

$$\int_S \int yz^2 dx dz,$$

где S - внутренняя сторона части цилиндрической поверхности $x^2 + y^2 = r^2, y \leq 0, 0 \leq z \leq r$.

5. Сформулировать и доказать теорему существования поверхностного интеграла первого рода (формула, связывающая поверхностный интеграл первого рода с двойным интегралом).

Экзаменационный билет. Математический анализ. Летняя сессия, 2011 год.
Вариант №1

Фамилия

группа

1	2	3	4	Σ
12	10	12	16	50

1. Дайте определения:

- (a) соленоидального и потенциального векторных полей;
- (b) потока векторного поля через поверхность;
- (c) ротора векторного поля;
- (d) внешней формы степени 3.

2. Вычислить $\operatorname{div}(r\bar{r})$ и ∇r , где $\bar{r} = (x, 2y, 3z)$, $r = |\bar{r}|$.

3. Найти поток векторного поля $a(y, z, x)$ через поверхность параболоида $z = 4 - x^2 - y^2$, расположенную выше плоскости Oxy в направлении нормали, у которой $\cos \gamma > 0$.

4. Сформулируйте и докажите формулу Остроградского-Гаусса.
