

## Программа курса "Математический Анализ".

### Семестр 2. Минисеместр 2.

(34 часа лекций, 34 часа практических занятий)

#### Тематический план лекций.

#### III. Числовые ряды.

18. Числовые ряды. Сходимость ряда, сумма ряда. Теорема об остатке ряда.
19. Критерий Коши сходимости ряда. Необходимое условие сходимости.
20. Ряды с неотрицательными членами. Критерий сходимости. Признак сравнения (Вейерштрасса).
21. Признаки Коши, д'Аламбера и интегральный признак.
22. Абсолютная сходимость ряда. Критерий абсолютной сходимости. Критерий Коши абсолютной сходимости ряда.
23. Неабсолютно сходящиеся ряды. Признак Лейбница. Признаки Абеля Дирихле.
24. Перестановки членов ряда. Теорема Римана.

#### IV. Функциональные последовательности и ряды.

25. Функциональные последовательности и ряды. Области сходимости. Сходимость поточечная и сходимость равномерная. Критерий равномерной сходимости функциональной последовательности.
26. Критерий Коши равномерной сходимости функциональной последовательности.
27. Критерий Коши равномерной сходимости функциональной последовательности. Необходимое условие равномерной сходимости.
28. Признаки Вейерштрасса, Дирихле, Абеля и Лейбница равномерной сходимости.
29. Теорема о предельном переходе в функциональных последовательностях и рядах.
30. Теоремы о непрерывности, дифференцируемости и интегрируемости суммы функционального ряда.
31. Степенные ряды. Радиус и интервал сходимости. Первая теорема Абеля.
32. Формула Коши-Адамара. Теорема Даламбера о радиусе сходимости. Вторая теорема Абеля.
33. Свойства суммы степенного ряда (непрерывность, интегрируемость, дифференцируемость).
33. Ряд Тейлора. Вещественно-аналитические функции. Теорема о достаточном условии аналитичности. Пример не вещественно-аналитической функции. Теорема об остатке в формуле Тейлора в форме Коши и в интегральной форме.
34. Тригонометрические ряды Фурье. Минимальное свойство коэффициентов Фурье и неравенство Бесселя.
35. Ядро и интеграл Дирихле. Теорема о локализации.
36. Поточечная сходимость рядов Фурье для кусочно-непрерывных и непрерывных функций.
37. Ядро и интеграл Фейера. Равномерная сходимость рядов Фурье методом средних арифметических.
38. Дифференцирование и интегрирование рядов Фурье. Сходимость рядов Фурье для гладких функций.

39. Теорема Вейерштрасса о приближении непрерывных функций многочленами.

40. Бесконечные произведения. Сведение к рядам.

### **Тематический план семинарских занятий**

18-19. Числовые ряды. Признаки сходимости.

20-21. Исследования на абсолютную и условную сходимость.

22-24. Функциональные последовательности и ряды. Признаки сходимости.

25-26. Равномерная и неравномерная сходимости. Непрерывность, дифференцируемость и интегрируемость.

27-28. Степенные ряды.

29. Ряд Тейлора.

30-32. Ряды Фурье.

33-34. Контрольные работы.

### **Литература.**

1. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. – Т. 1,2,3. – М.: Высшая школа. – 1989.

2. Зорич В.А. Курс дифференциального и интегрального исчисления. – М.: Наука. – 1984.

3. Никольский С.М. Курс математического анализа. – Т. 1,2. – М.: Наука. – 1983.

4. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. – Т. 1,2,3. – М.: Наука. – 1970.

5. Кудрявцев Л.Д. и др. Сборник задач по математическому анализу. – Т. 1,2,3. – М.: Высшая школа. – 1985.

## МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

(семестр 2, типовое задание на минисессию 2, 2015 г.)

1. Дайте определение степенного ряда (8 баллов).
2. Сформулируйте и докажите признак Коши сходимости числового ряда (8+9=17 баллов).
3. Исследуйте числовой ряд

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{\sqrt{k}}$$

на сходимость и равномерную сходимость (13 баллов)

4. Исследуйте функциональную последовательность  $\{(1-x)^k\}_{k \in \mathbb{N}}$  на поточечную и равномерную сходимость на множествах  $M_1 = [1, 3/2]$  и  $M_2 = [1, 2]$  (20 баллов)
5. Найдите область сходимости степенного ряда (11 баллов)

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k x^k}{\sqrt{k}}$$

6. Разложите функцию  $e^{3x^2+1}$  в ряд Тейлора (11 баллов)