

ПРОГРАММА
по математическому анализу

Второй семестр

Часть 2

1. Числовые ряды. Сходимость ряда. Сумма ряда.
2. Критерий Коши сходимости ряда.
3. Необходимый признак сходимости.
4. Ряды с положительными членами. Признаки сравнения.
5. Признак Даламбера.
6. Признак Коши.
7. Интегральный признак Коши.
8. Абсолютная сходимость ряда. Признак абсолютной сходимости.
9. Неабсолютно сходящиеся ряды. Признак Лейбница.
10. Перестановки абсолютно сходящегося ряда.
11. Теорема Римана.
12. Функциональные последовательности и ряды. Область сходимости.
13. Равномерная сходимость. Признаки равномерной сходимости.
14. Предельный переход под знаком функциональной последовательности.
15. Непрерывность, интегрируемость и дифференцируемость суммы ряда.
16. Степенные ряды. Радиус и интервал сходимости. Первая теорема Абеля.
17. Свойства суммы степенного ряда. Формула Коши–Адамара.
18. Вторая теорема Абеля.
19. Аналитические функции. Разложение функций в степенные ряды. Ряд Тейлора.
20. Теорема Вейерштрасса о приближении непрерывных функций многочленами.
21. Тригонометрическая система функций.
22. Минимальное свойство коэффициентов Фурье. Неравенство Бесселя.
23. Ядра Дирихле и Фейера.
24. Теорема локализации.
25. Теорема об осцилляции.
26. Сходимость рядов Фурье для кусочно-гладких функций.
27. Теорема Фейера.

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Типовые задачи

Семестр 2, часть 2

1. Разложить в степенной ряд функцию

$$f(x) = x \arcsin x.$$

2. Исследовать ряд на сходимость

$$\sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{n-1}{n+1} \right)^{n(n-1)}.$$

3. Найти области абсолютной и условной сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n \sin^n x}{n}.$$

4. Исследовать на равномерную сходимость последовательность

$$f_n(x) = \sqrt{x^2 + \frac{1}{n^2}}$$

на промежутке $(-\infty, +\infty)$.

5. Разложить в степенной ряд функцию

$$\operatorname{arctg} \frac{2x}{2-x^2}.$$

6. Исследовать ряд на сходимость

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n n!}{n^n}.$$

7. Найти области абсолютной и условной сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{1+x^{2n}}.$$

8. Исследовать на равномерную сходимость ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{nx}{1+n^5 x^2}$$

на промежутке $(-\infty, +\infty)$.

Второй семестр

Экзаменационная работа 4

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Вариант 0

1. Доказать теорему о предельном переходе под знаком интеграла. (10 баллов)

2. Сформулировать признак Вейерштрасса равномерной сходимости ряда. (4 балла)

3. Исследовать ряд на сходимость

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{n\pi}{12}}{\ln n}.$$

(10 баллов)

4. Исследовать функциональный ряд на равномерную сходимость на множестве E

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{x+n}, \quad E = (0, +\infty).$$

(13 баллов)

5. Разложить в ряд Маклорена функцию $f(x)$ и найти радиус и промежуток сходимости полученного ряда

$$f(x) = \arccos(1 - 2x^2).$$

(13 баллов)