Список тем, выносимых на зимнюю экзаменационную сессию 2014-2015
Математический анализ, 2 курс, лектор Фроленков И.В.

1. Условный экстремум. Метод Лагранжа
2. Мера Жордана. Свойства Меры.
3. Кратный интеграл Римана и его свойства. Повторный интеграл.
4. Верхние и нижние суммы Дарбу.
5. Критерии интегрируемости.
6. Свойства кратного интеграла.
7. Теорема Фубини на плоскости (о сведении интеграла к повторному).
8. Теорема Фубини в многомерном пространстве.
9. Вычисление объемов Шара, Цилиндра, Конуса при помощи интегралов.
10. Отображение, Якобиан, Замена переменных в кратном интеграле.
11. Системы координат в двумерном и трехмерном пространствах (Полярная, Эллиптическая, Цилиндрическая).
12. Несобственный кратный интеграл.
13. Признаки сходимости несобственного интеграла.
14. Площадь поверхности в трехмерном и ее вычисление.
15. Площадь поверхности в многомерном и ее вычисление.
16. Приложения кратных интегралов в механике и физике.
17. Собственные интегралы, зависящие от параметра.
18. Свойства собственных интегралов, зависящих от параметра.
19. Равномерная сходимость несобственного интеграла по параметру.
20. Непрерывность и интегрируемость несобственного интеграла от параметра.
21. Дифференцируемость несобственного интеграла от параметра.
22. Г и В функции Эйлера.
23. Интеграл Фурье.Преобразование Фурье.
24. Свойства преобразования Фурье. Понятие Свертки.
25. Интегралы Лапласа.

См. Материалы на сайте - http://igor.frolenkov.ru/onlinelab/first_year/math_analysis/

Экзаменационный билет. Математический анализ. Зимняя сессия, 2009 год.
Вариант №1

Фамилия группа

1a	1b	1c	1d	1e	2	3	4	5	6	7	$\sum$

1. Дайте следующие определения:
   (a) Верхней меры Жордана.
   (b) Разбиения измеримого множества E и мелкости разбиения.
   (c) Повторного интеграла.
   (d) Бета-фукнции.
   (e) Прямого преобразования Фурье абсолютно интергрируемой функции.
2. Найти условный экстремум функции $f(x,y) = x^2 + xy + y^2$ относительно уравнения связи $x^2 + y^2 = 1$.
3. Сформулируйте теорему о достаточном условии строгого экстремума фукнции многих переменных.
4. В повторном интеграле изменить порядок интегрирования на указанный и расставить соответствующие пределы.
$$\int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \int_0^{x+y} f(x,y,z)\,dz \quad (z,x,y).$$
5. Вычислить интеграл $\int\int\limits_G y^2 e^{x^2+y^2}\,dxdy$ по области $G = \{x^2 + y^2 \le 1, x \ge 0, y \ge 0\}$.
6. Разложить по формуле Маклорена до $o(\rho^2)$ функцию $f(x,y) = x\sqrt{1+y} + x\cos y$.
7. Сформулировать и доказать теорему об интегрировании несобственного интеграла, зависящего от параметра.

Экзаменационный билет. Математический анализ. Третий семестр, 2010-2011гг. (экзамен).
Вариант №1

Фамилия группа

1	2	3	4	5	$\sum$
8	12	12	10	14	56

1. Дайте следующие определения:
   (a) Прямого и обратного преобразования Фурье функции.
   (b) Гамма-функции.
2. Найти точки условного экстремума функции $z = x^2 + 12xy + 2y^2$, при условии $4x^2 + y^2 = 25$.
3. Найти площадь фигуры: $2 \le x^2 + y^2 \le 4$, $-x \le y \le \frac{x\sqrt{3}}{3}$.
4. Изменить порядок интегрирования в тройном интеграле (с x->y->z на z->y->x)

$$\int\limits_{-1}^{1} dx \int\limits_{0}^{\sqrt{1-x^2}} dy \int\limits_{\sqrt{x^2+y^2}}^{1} f(x,y,z)\,dz.$$

   Схематично изобразить область интегрирования и указать ход рассуждения.
5. Сформулируйте и докажите признак Вейерштрасса равномерной сходимости несобственного интеграла, зависящего от параметра.

Экзаменационный билет. Математический анализ. Третий семестр, 2010-2011гг. (Пересдача).
Вариант №1

Фамилия группа

1	2	3	4	5	$\sum$
16	12	16	16	20	80

1. Дайте следующие определения:
   (a) Дифференциала функции многих переменных $f(x)$ в точке $x_0 \in R^n$.
   (b) Равномерно непрерывной на множестве E функции $f(x)$.
   (c) Критической или стационарной точки.
   (d) Интеграл $\int\limits_a^b f(x,y)\,dx$ сходится на множестве Y равномерно.
2. Являются ли точки $(0,1)$ и $(1,0)$ точками экстремума функции $z(x,y) = x^2 - xy + y^2 - 2x + y$.
3. Вычислить градиент функции $f(x,y,z) = xy^2 + \sin(xz^2) + \frac{z^3}{x} + y$ в точке $(1,2,0)$;
4. Найти первый и второй дифференциалы функции $z(x,y) = (x - y + 1)^2$ в точке $(2,5)$.
5. Изменить порядок интегрирования в двойном интеграле (с x->y на y->x) и вычислить его

$$\int\limits_{-1}^{1} dx \int\limits_{0}^{x+1} 2\,dy + \int\limits_{1}^{5} dx \int\limits_{0}^{\frac{1}{2}(5-x)} 2\,dy$$

Схематично изобразить область интегрирования и указать ход рассуждения.

Экзаменационный билет. Математический анализ. Зимняя сессия, 2009 год. Первая пересдача.

Фамилия группа

1a	1b	1c	1d	1e	2	3	4	5	6	7	8	$\sum$

1. Дайте следующие определения:
   (a) Число A является пределом функции $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ многих переменных в точке $(x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0)$.
   (b) Дифференцируемой функции многих переменных. Дифференциала функции.
   (c) Компактного множества.
   (d) Критической (стационарной) точки.
   (e) Кратного интеграла Римана функции многих переменных.

2. Найти частные производные и исследовать на дифференцируемость в точке $(0,0)$ функцию:
$$f(x,z) = \begin{cases} \frac{-2y^5 - x^5}{x^4 + y^4}, & \text{если } x^2 + y^2 \neq 0, \\ 0, & \text{если } x^2 + y^2 = 0. \end{cases}$$

3. Найти производную функции
$$u = \frac{1}{r}, \text{ где } r = \sqrt{2x^2 + y^2 + 2z^2},$$
в точке $(x_0, y_0, z_0) \neq (0,0,0)$ по направлению вектора $(1,2,3)$.

4. Найти условный экстремум функции $f(x,y) = 5 - 3x - 4y$ относительно уравнения связи $x^2 + y^2 = 25$.

5. Найти в точке $(0;1)$ частные производные функции $u(x,y)$, заданной неявно уравнением $u^3 + 3xyu + x = 0$.

6. Дайте определение Гамма-функции и докажите свойство $\Gamma(p+1) = p\Gamma(p)$, $p > 1$.

7. Вычислить тройной интеграл $\int\int\limits_G\int x+z+1\,dxdydz$, где область G ограничена поверхностями $x^2 + y^2 = 1$, $z = 0$, $z - x - y = 4$.

8. Сформулировать и доказать теорему о разложении функции многих переменных в ряд Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа.