

Программа курса "Математический Анализ". Минисеместр 1
(32 часа лекций, 32 часа практических занятий)

Теоретические вопросы к экзамену.

I. Введение в анализ.

1. Элементы теории множеств.
2. Натуральные числа. Математическая Индукция. Бином Ньютона.
3. Числа целые, рациональные, действительные. Аксиоматика множества вещественных чисел.
4. Ограниченные множества. Инфимум и супремум. Теорема о существовании точной верхней грани. Принцип Архимеда.
5. Три принципа математического анализа. Принцип Больцано-Вейерштрасса. Теорема Кантора об интервалах. Теорема Бореля.
6. Функции. График функции. Обзор основных элементарных функций.
7. Числовые последовательности. Основные понятия и определения. Предел последовательности. Сходящиеся последовательности.
8. Теоремы о существовании предела. Критерий Коши. Монотонные последовательности и теорема Вейерштрасса.
9. Подпоследовательности. Верхний и нижний предел. Операции со сходящимися последовательностями.

II. Предел функции одной действительной переменной, непрерывность.

10. Функции и отображения. Предел функции.
11. Теоремы о пределе функции.
12. Асимптотическое поведение функций. Символика Ландау.
13. Непрерывные функции. Локальные свойства непрерывных функций.
14. Точки разрыва. Классификация точек разрыва. Точки разрыва монотонных функций.
15. Глобальные свойства непрерывных функций. Равномерно непрерывные функции. Теорема Вейерштрасса о непрерывных функциях на отрезке.
16. Теорема Больцано-Коши о промежуточном значении. Обратная функция. Теорема о непрерывности элементарных функций

Литература.

1. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. – Т. 1,2,3. – М.: Высшая школа. – 1989.
2. Зорич В.А. Курс дифференциального и интегрального исчисления. – М.: Наука. – 1984.
3. Никольский С.М. Курс математического анализа. – Т. 1,2. – М.: Наука. – 1983.
4. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. – Т. 1,2,3. – М.: Наука. – 1970.
5. Кудрявцев Л.Д. и др. Сборник задач по математическому анализу. – Т. 1,2,3. – М.: Высшая школа. – 1985.

Темы практических заданий

1. Графики элементарных функций.
2. Полная Математическая Индукция.
3. Бином Ньютона. Неравенства.
4. Вещественные числа.
5. Предел числовой последовательности.
6. Существование предела последовательности.
7. Частичный предел.
8. Предел функции.

Литература.

1. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. – Т. 1,2,3. – М.: Высшая школа. – 1989.
2. Зорич В.А. Курс дифференциального и интегрального исчисления. – М.: Наука. – 1984.
3. Никольский С.М. Курс математического анализа. – Т. 1,2. – М.: Наука. – 1983.
4. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. – Т. 1,2,3. – М.: Наука. – 1970.
5. Кудрявцев Л.Д. и др. Сборник задач по математическому анализу. – Т. 1,2,3. – М.: Высшая школа. – 1985.

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

(минисеместр 1, типовой экзаменационный билет, 2014 г.

1. Дайте определение фундаментальной последовательности (3 балла).
2. Сформулируйте и докажите теорему Больцано-Коши промежуточном значении непрерывной функции (3+4=7 баллов).
3. Найдите наибольшее и наименьшие значения или докажите, что они не существуют, а также найдите точную верхнюю и точную нижние грани, верхний и нижний пределы числовой последовательности (11 баллов)

$$\left\{ x_n = \frac{4 + (-1)^n n}{7n} \right\}.$$

Сходится ли эта последовательность ? Ответы обосновать.

4. Найти предел последовательности $\sqrt{n^3 + 3} - \sqrt{n^3 - 3}$ (3 балла).
5. С помощью метода математической индукции докажите, что (6 баллов)

$$1 \cdot 2 + 2 \cdot 5 + \dots + n \cdot (3n - 1) = n^2(n + 1).$$