

Дискретная математика (летняя сессия)

Экзамен состоит из 5 заданий:

- 1) Дать определение
- 2) Сформулировать и доказать теорему
- 3) Задание из раздела «Планарность графов»
- 4) Задание из раздела «Раскраска графов»
- 5) Задание из раздела «Ориентированные графы»

Список определений

1. Допустимая раскраска графа
2. Хроматическое число графа
3. Хроматическая функция (хроматический многочлен) графа
4. Полустепени исхода/захода вершины ориентированного графа
5. Матрицы инцидентности, смежности, достижимости, связности ориентированного графа
6. Транспортная сеть
7. Допустимый поток в транспортной сети
8. Полный поток в транспортной сети
9. Максимальный поток в транспортной сети
10. Минимальное сечение транспортной сети
11. Булева функция
12. Булева формула
13. Представление булевой формулой булевой функции
14. Конъюнктивная и дизъюнктивная нормальная форма булевой функции

Список теорем

1. Формула Эйлера для плоского графа
2. Лемма об оценке числа ребер через число вершин в планарном графе и следствие о непланарности графов K_5 и $K_{3,3}$.
3. Теорема о раскраске плоского графа пятью красками
4. Теорема о рекуррентной формуле для вычисления хроматической функции графа
5. Теорема о полиномиальности хроматической функции графа
6. Аналог леммы о рукопожатиях для ориентированных графов
7. Лемма об ограничивающем сечении в транспортной сети
8. Теорема Форда-Фолкерсона
9. Теорема о представлении булевой функции в виде конъюнктивной и дизъюнктивной нормальной формы

Примеры задач из раздела «Планарность графов»

1. С помощью формулы Эйлера доказать планарность/непланарность графов:

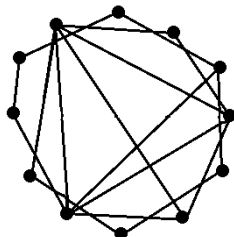


Рисунок 1

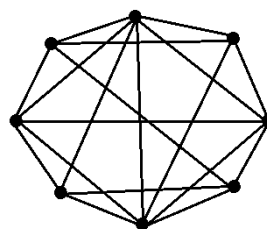
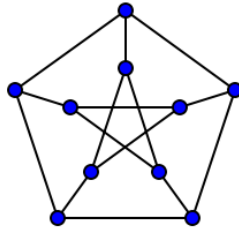


Рисунок 2

2. Построить все попарно неизоморфные непланарные простые графы с 6 вершинами и 11 ребрами.
3. Используя формулу Эйлера, доказать непланарность графа Петерсена.



4. Привести пример простого планарного графа с 8 вершинами и 17 ребрами.
5. Какое наибольшее число граней может быть у плоской реализации простого ланарного графа с 5 вершинами? Изобразить такой граф.
6. Существует ли плоский простой граф с 6 вершинами и 9 гранями?
7. Построить все попарно не гомеоморфные связанные планарные простые графы, чьи плоские реализации будут иметь 5 граней.

Примеры задач из раздела «Раскраска графов»

1. Найти хроматическое число и хроматический многочлен графов:

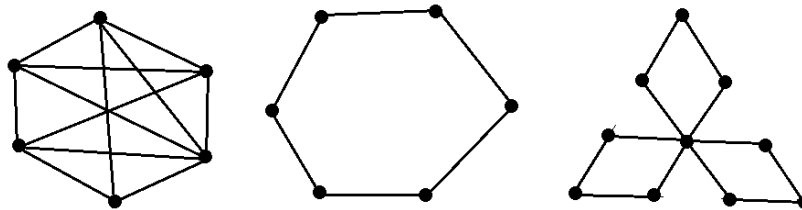


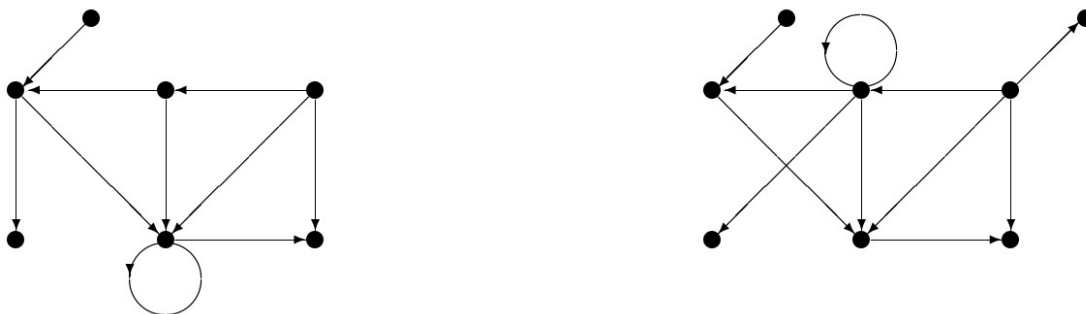
Рисунок 3

2. В группах М1 и М2 требуется провести занятия по алгебре, дискретной математике, математическому анализу и истории России. Занятия ведут: преподаватель Х (дискретная математика и алгебра), преподаватель Y (математический анализ) и преподаватель Z (история России). Все занятия со всеми группами проводятся отдельно. За какое минимальное количество пар можно провести все занятия?
3. На предприятии имеется 6 станков, и необходимо изготовить 8 деталей. Для изготовления каждой детали требуется использование нескольких станков. Каждая деталь изготавливается в течение 1 часа, и при её изготовлении все требуемые станки заняты постоянно. Изготовление каждой детали занимает 1 час. Как нужно распределить работу, чтобы выполнить заказ за минимальное время? Какое это время?

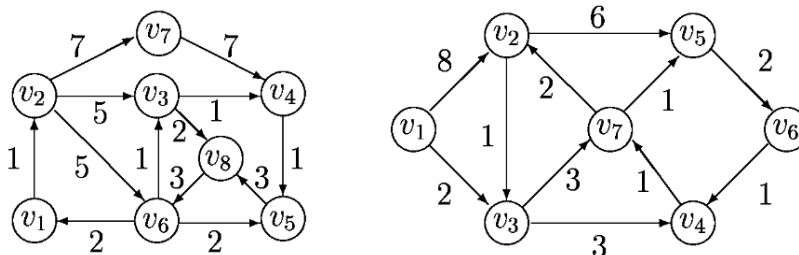
Станок	Деталь							
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	+		+				+	+
2		+		+				
3			+			+	+	
4	+	+		+	+			
5			+		+			+
6					+	+		+

Примеры задач из раздела «Ориентированные графы»

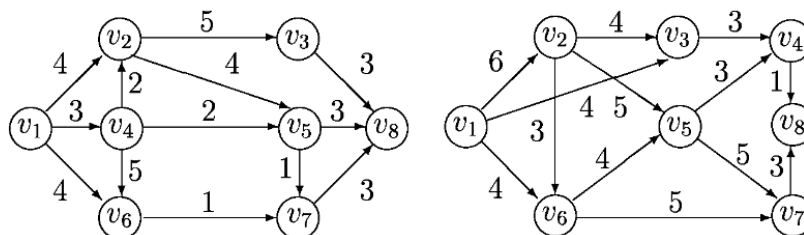
1. Выписать матрицы смежности, инцидентности, достижимости и связности для приведённых на рисунке орграфов.



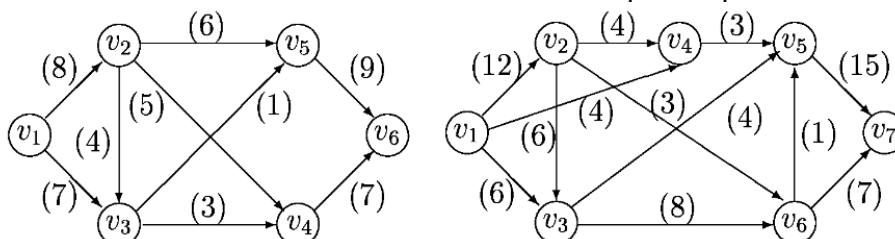
2. Найти расстояние от выделенной вершины графа до остальных вершин.



3. Приведённый на рисунке ориентированный граф определяет схему выполнения проекта. Каждая его дуга соответствует подзадаче и помечается длительностью выполнения этой задачи. Задача, соответствующая дуге, выходящей из вершины v , может быть начата только если все задачи дуг, входящих в вершину, уже выполнены. Рассчитать минимальное время выполнения проекта.



4. Найти максимальный поток и минимальное сечение транспортной сети.



Список литературы

1. Нефедов В. Н., Осипова В. А. Курс дискретной математики: Учеб. пособие. – М.: Изд-во МАИ, 1992, – 264 с.
2. Новиков Ф. А. Дискретная математика для программистов: Учебник для вузов. 3-е изд. –

СПб: Питер, 2009. – 384 с.

3. Эвнин А. Ю. Задачник по дискретной математике. – 2-е изд. – Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2002.