

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Садовская О.В.

Вопросы к минисессии

1. Построение стационарной модели по дискретному набору данных. Связь задачи идентификации параметров стационарной модели типа “черный ящик” с задачей интерполяции и задачей наилучшего приближения функции.
2. Системы Чебышева. Определение системы Чебышева. Критерий (эквивалентное определение). Два классических примера чебышевских систем – пространство многочленов и пространство тригонометрических многочленов. Общий вид интерполирующей функции.
3. Линейная интерполяция. Практический способ интерполяции. Прямое построение интерполяционного многочлена Лагранжа и тригонометрического интерполяционного многочлена.
4. Разделенные разности. Интерполяционный многочлен в форме Ньютона. Интерполяция с кратными узлами. Многочлены Эрмита. Задачи на построение эрмитовых сплайнов.
5. Метод наименьших квадратов. Идея метода. Общая постановка задачи наилучшего приближения в гильбертовом пространстве. Матрица Грама. Процесс ортогонализации Шмидта.
7. Равномерное приближение. Постановка задачи равномерного приближения. Существование решения. Единственность (теорема Хаара). Теорема Чебышева об альтернансе. Восстановление элемента наилучшего равномерного приближения по заданному альтернансу. Алгоритм построения альтернанса.
8. Интегральные преобразования. Ортонормированная система тригонометрических функций. Вычисление коэффициентов ряда Фурье. Преобразование Фурье и обратное преобразование. Понятие оконного преобразования. Примеры.
9. Обобщенные функции медленного роста. Обобщенные производные. Преобразование Фурье обобщенных функций. Вычисление прямого и обратного преобразований для дельта-функции Дирака и ее производной. Преобразование Фурье тригонометрических функций.

Типовые задачи

1. Каким условиям должна удовлетворять функция $f(x)$, определенная на отрезке $[a, b]$, чтобы система функций $f(x)$, $f^2(x)$, ..., $f^n(x)$ образовывала систему Чебышева на этом отрезке? (функция $f(x)$ и отрезок $[a, b]$ могут быть конкретно заданными).
2. Построить интерполяционный многочлен в форме Лагранжа или Ньютона по таблице:

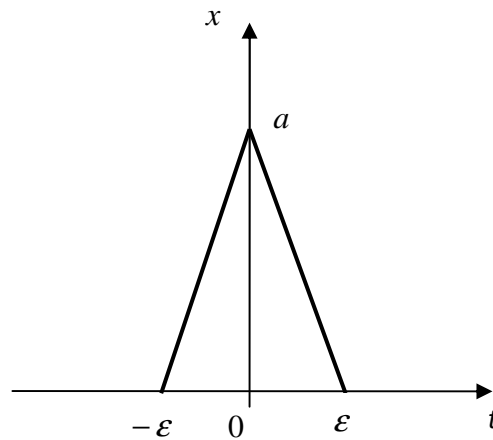
x	y
1	0
2	1
0	-1

-1	0
----	---

3. Построить многочлен Эрмита по таблице:

x	y	y'	y''
1	0	-	-
0	1	2	3
2	-1	-	-

4. Выписать аналитическое выражение кусочно-линейного сплайна, график которого изображен на рисунке:



5. Найти преобразование Фурье от функции, график которой изображен на рисунке.
6. Вычислить преобразование Фурье от периодического сигнала $x(t) = \sin kt$ (или $x(t) = \cos kt$).
7. Вычислить преобразование Фурье от обобщенной функции $\delta(t - \tau)$ (или от обобщенной производной $\dot{\delta}(t - \tau)$).
8. Вычислить обратное преобразование Фурье от периодического сигнала $\hat{x}(\omega) = \sin \omega\tau$ (или $\hat{x}(\omega) = \cos \omega\tau$).
9. Вычислить обратное преобразование Фурье от обобщенной функции $\delta(\omega - k)$ (или от обобщенной производной $\delta'(\omega - k)$).