ПРОГРАММА

по дополнительным главам математического анализа

IV семестр, часть 1

1. Непрерывность собственных интегралов, зависящие от параметра.
2. Дифференцируемость собственных интегралов от параметра.
3. Равномерная сходимость несобственного интеграла по параметру. Признак Вейерштрасса.
4. Непрерывность несобственного интеграла от параметра.
5. Дифференцируемость несобственного интеграла от параметра.
6. Изменение порядка интегрирования в повторном несобственно интеграле.
7. Классические несобственные интегралы.
8. Интеграл Фурье.
9. Преобразование Фурье.
10. Интегралы Эйлера.
11. Криволинейный интеграл первого рода.
12. Криволинейный интеграл второго рода.
13. Формула Грина.
14. Теорема о независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования.
15. Связь между криволинейными интегралами первого и второго рода.

Литература

1. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. Т. 3. М.: Высш. шк., 1989.
2. Зорич В.А. Математический анализ. Т. 2. М.: Наука, 1984.
3. Кытманов А.М., Лейнартас Е.К. и др. Математический анализ. М.: Юрайт, 2012
4. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Л., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Т. 3. М.: Высш. шк., 1995.

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Семестр 4, Часть 1
Типовые задачи

1. Вычислить криволинейный интеграл второго рода

$$\int\limits_{AmB} (e^x \sin y - my)dx + (e^x \cos y - m)dy,$$

где AmB — верхняя полуокружность $x^2 + y^2 = ax,\ a > 0$, пробегаемая от точки $A(a, 0)$ до точки $O(0, 0)$.

2. Вычислить интеграл

$$\int\limits_0^{+\infty} \frac{e^{-\alpha x^2} - \cos \beta x}{x^2} dx, \quad \alpha > 0.$$

3. Найти вторую производную функции $F(x)$, где

$$F(x) = \int\limits_a^b f(y)|x - y|dy,$$

$a < b$ и функция $f \in C[a, b]$.

4. С помощью эйлеровых интегралов вычислить интеграл

$$\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \operatorname{tg}^n x\, dx.$$

5. Найти преобразование Фурье от функции

$$f(x) = e^{-|x|}.$$

Четвертый семестр
Экзаменационная работа 7
МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ
Вариант 0

1. Доказать интегральную формулу Фурье.

(7 баллов)

2. Дать определение Γ и B функций Эйлера и указать их область существования.

(2 балла)

3. Показать, что функция

$$u(x) = \int_0^1 K(x, y)v(y)dy,$$

где

$$K(x, y) = \begin{cases} x(1-y), & \text{если} \quad x \leqslant y, \\ y(1-x), & \text{если} \quad x > y, \end{cases}$$

и $v(y)$ непрерывна, удовлетворяет уравнению $u''(x) = -v(x)$, $(x \in [0, 1])$.

(7 баллов)

4. Вычислить интеграл

$$\int_0^{+\infty} \frac{\sin x^2}{x} dx.$$

(7 баллов)

5. С помощью формулы Грина вычислить криволинейный интеграл второго рода

$$\int_\gamma (e^x \sin y - my)dx + (e^x \cos y - m)dy,$$

где γ — верхняя полуокружность $x^2 + y^2 = ax$, пробегаемая от точки $A(a, 0)$ до точки $O(0, 0)$.

(7 баллов)