

**Перечень тем и вопросов, выносимых на летнюю сессию
2013-2014 уч. год, 1 курс, 2 поток
Дисциплина “Математический анализ”,
лектор к.ф.-м.н., доцент Фроленков И.В.**

1. Числовые ряды. Сходимость ряда. Сумма ряда.
2. Критерий Коши сходимости ряда. Необходимый признак сходимости.
3. Ряды с положительными членами. Признаки сравнения.
4. Признаки сходимости рядов с положительными членами (Даламбера, Коши, интегральный признак Коши).
5. Абсолютная сходимость ряда. Признаки абсолютной сходимости.
6. Условно сходящиеся ряды. Признак Лейбница.
7. Перестановки членов ряда. Теорема Римана.
8. Функциональные последовательности и ряды. Область сходимости.
9. Равномерная сходимость. Признаки равномерной сходимости.
10. Предельный переход под знаком функциональной последовательности.
11. Непрерывность, интегрируемость и дифференцируемость суммы ряда.
12. Степенные ряды. Радиус и интервал сходимости. Первая теорема Абеля.
13. Свойства суммы степенного ряда. Формула Коши-Адамара. Вторая теорема Абеля.
14. Аналитические функции. Разложение функций в степенные ряды. Ряд Тейлора.
15. Теорема Вейерштрасса о приближении непрерывных функций многочленами.
16. Ряд Фурье по ортогональной системе функций. Коэффициенты Фурье.
17. Минимальное свойство коэффициентов Фурье. Неравенство Бесселя.
18. Тригонометрическая система функций. Ядра Дирихле и Фейера.
19. Теорема локализации. Сходимость рядов Фурье для гладких функций.
20. Полнота и замкнутость систем функций.

Темы 1-7 повторить формулировки, доказательства теорем по данным пунктам на сессию выноситься не будут (мы их прошли в первом семестре).

Учебные материалы по математическому анализу в электронном виде, а также примеры экзаменационных билетов прошлых лет вы можете найти на сайте

http://igor.frolenkov.ru/onlinelab/first_year/math_analysis/

Основные Темы практических занятий.

1. Числовые ряды (исследование на сходимость с использованием различных признаков для рядов с неотрицательными членами, знакопеременных рядов, интегральный признак сходимости).
2. Функциональные последовательности и ряды (Исследование на абсолютную и условную сходимость, Равномерная сходимость, Теоремы о непрерывности суммы ряда, о возможности почленного интегрирования и дифференцирования функциональных рядов и последовательностей)
3. Степенные ряды (Радиус сходимости, Ряд Тейлора и Маклорена, разложение функций в ряд Тейлора, Аналитические функции)
4. Ряды Фурье (Разложение функций в ряд, вопросы сходимости рядов Фурье)

Учебно-методические материалы по дисциплине

Основная литература

1. Зорич В.А. Математический анализ. Т. 1,2. М.: МЦМО, 2007.
2. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа. Т. 1,2. М.: Физматлит, 2005.
3. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. Т. 1,2,3. М.: Дрофа, 2003-2006.
4. Курант Р. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. 1,2. М.: Наука, 1970.
5. Никольский С.М. Курс математического анализа. Т. 1, 2. М.: Наука. 1985.
6. Бугров Я.С., Никольский С.М. Высшая математика. Т.1,2,3. М., Дрофа, 2004.
7. Бутузов В.Ф., Крутицкая Н.Ч., Медведев Г.Н., Шишкин А.А. Математический анализ в вопросах и задачах. М., Наука, Физматлит, 2000.
8. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Предел. Непрерывность. Дифференцируемость. М., Физматлит, 2003.
9. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Интегралы. Ряды. М., Физматлит, 2003.
10. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Функции нескольких переменных - М., Физматлит, 2003.
11. Плис А.И., Сливина Н.А. Лабораторный практикум по высшей математике. М., Наука, 1994.

Дополнительная литература

1. Будаков Б.М., Фомин С.В. Кратные интегралы и ряды. М.: Физматлит, 2002.
2. Граuert Г., Либ И., Фишер В. Дифференциальное и интегральное исчисление. М.: Мир, 1971.

3. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. М.: МГУ, 1997.
4. Кытманов А.М., Лукин В.М. Математика. Учебное пособие. Ч. 1, 2. Красноярск: КрасГУ. 2006.
5. Рудин У. Основы математического анализа. М.: Мир, 1976.
6. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. 1, 2, 3. М.: Физматлит, 2001.
7. Архипов Г.И., Садовничий В.А., Чубариков В.Н. Лекции по математическому анализу. М., Высшая школа, 1999.
8. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Б.Х. Математический анализ. М.: Наука, 1998.
9. Шварц Л. Анализ. М.: Мир. Т. 1,2. 1980.

Учебник в электронном виде:

<http://math.sfu-kras.ru/sites/default/files/matananaliz2.pdf>

Экзаменационный билет. Математический анализ. Второй семестр, 2012 год
(летняя сессия).
Вариант №2

Фамилия

группа

1	2	3	4	Σ
9	11	14	16	50

1. Дайте следующие определения:

- Степенного ряда и радиуса сходимости степенного ряда.
- Несобственного интеграла второго рода и запишите формулу для вычисления данного интеграла.
- На языке $\varepsilon - \delta$ равномерно сходящейся на множестве E функциональной последовательности.

2. Исследовать на сходимость и равномерную сходимость на множестве $E = [4; +\infty)$ последовательность $f_n(x) = \frac{12n\sqrt{nx}}{1+6n^3x}$.

3. Исследовать интегралы на сходимость

$$\int_1^2 \frac{dx}{x(\ln^3 x)}, \quad \int_{-\infty}^0 \frac{2x dx}{(x^2 + 1)^2}.$$

4. Сформулировать и доказать любой из критериев равномерной сходимости функциональной последовательности.

**Экзаменационный билет. Математический анализ. Второй семестр, 2010 год
(экзамен).
Вариант №2**

Фамилия

группа

1	2	3	4	5	Σ
8	12	12	10	14	56

1. Дайте следующие определения:

- (а) Степенного ряда и радиуса сходимости степенного ряда.
- (б) Ряда Тейлора функции $f(x)$ в точке $x = 3$.

2. Разложить в ряд Тейлора в окрестности точки $x_0 = 1$ функцию

$$(x - 1)\cos(x - 1) + \sin(x - 1),$$

и вычислить радиус сходимости.

3. Доказать, что сумма ряда

$$S(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos nx \sin nx}{n(n+1)}$$

непрерывна на R и вычислить $\int_{-\pi}^{\pi} S(x) dx$.

4. Вычислить интеграл

$$\int_1^4 \frac{2dx}{(x-2)^5}.$$

5. Сформулируйте и докажите теорему о непрерывности суммы равномерно сходящегося функционального ряда.

**Экзаменационный билет. Математический анализ. Летняя сессия, первая пересдача.
Вариант №1**

Фамилия

группа

1	2	3	4	5	Σ
15	20	15	15	15	80

1. Дайте следующие определения:

- (a) Интеграла Римана функции $f(x)$ на отрезке $[a, b]$;
- (b) Равномерно сходящегося на множестве E функционального ряда;
- (c) Непрерывной в точке x_0 функции $f(x)$.

2. Исследовать функцию $f(x) = |x^3| + 4$ и построить график.

3. Вычислить интеграл

$$\int_{-\infty}^0 \frac{x+1}{x^2+1} dx.$$

4. Найти радиус сходимости степенного ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!} x^n.$$

5. Записать формулу для вычисления площади криволинейного сектора и найти площадь фигуры, ограниченной графиком $r(\varphi) = 2(2 + \cos \varphi)$, $0 \leq \varphi \leq \frac{3\pi}{2}$.
